

A  
П209

Министерство образования Российской Федерации  
Красноярский государственный технический университет

*На правах рукописи*

ПАТЮКОВ ВИКТОР ГЕОРГИЕВИЧ

**ИЗМЕРЕНИЕ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СИГНАЛОВ С  
ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТЬЮ И ПОМЕХОУСТОЙЧИВОСТЬЮ**

05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устройства  
радиолокации, радионавигации и телевидения

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
доктора технических наук

Научная библиотека  
Уральского  
Государственного  
Университета

Красноярск

2001

Работа выполнена в Красноярском государственном техническом университете

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор

**Панько С. П.**

доктор технических наук, профессор

**Майстренко В. А.**

доктор технических наук, старший научный сотрудник

**Федоров И. М.**

Ведущее предприятие: **Томский государственный университет систем  
управления и радиозлектроники**

Защита состоится «22» НОЯБРЯ 2001 г. в 14 часов в аудитории  
Б 4-20 на заседании диссертационного совета Д 212.098.02 при Красноярском  
государственном техническом университете по адресу:

660074, Красноярск, ул. Киренского, 26.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Красноярского государственного технического университета.

Отзыв на автореферат в 2-х экземплярах, с подписью составителя и заверенный печатью организации, просим направлять в адрес диссертационного совета.

Автореферат разослан «15» ОКТАБРЯ 2001 г.

Ученый секретарь

диссертационного совета

кандидат технических наук, доцент



**Ю. П. Саломатов**

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

*Актуальность проблемы.* Измерение частотно-временных параметров сигналов представляет собой одну из наиболее интенсивно развивающихся областей научных исследований, где обычно решается задача достижения предельно допустимых значений по точности и помехоустойчивости проводимых измерений. В связи с этим необходимо иметь возможность получать статистические характеристики исследуемых моделей сигналов и помех, приближенные к реальным условиям физического эксперимента и находить алгоритмы, оптимальные по определённым критериям, обеспечивающие потенциальные точности при обработке результатов статистических измерений.

Наименее изученной частью исследуемых моделей суммарного процесса, представляющего в одном из вариантов аддитивную смесь гармонического сигнала и узкополосного случайного процесса, является вероятностное описание частотно-временных параметров. Это связано в основном с математическими трудностями получения статистических характеристик частотно-временных параметров аддитивной смеси, которые могут быть получены в основном при известной информации о многомерных функциях распределения.

Потребность в разработке устройств статистической обработки результатов исследования частотно-временных параметров сигналов с повышенной точностью и помехоустойчивостью неуклонно растёт, так как сфера применения частотно-временных методов в научных исследованиях расширяется с каждым годом. Это связано с тем, что электромагнитные колебания, распространяясь на большие расстояния, способны переносить образцовые значения времени и частоты, что позволяет проводить косвенные измерения самых различных физических величин. К подобным измерениям, например, сводятся измерения скоростей движущихся целей в радиолокации; радионавигационные и радиоастрономические измерения; физические исследования сверхтонких эффектов, связанных с внутриатомными и между атомными взаимодействиями; эксперименты по распространению радиоволн различных диапазонов; разнообразные космические исследования с помощью синхронных локаторов и радиоинтерферометров и многое другое. Кроме того, одной из важнейших задач остается повы-

шение помехоустойчивости систем связи, локации, навигации и других устройств, использующих частотно-временные характеристики сигналов для передачи и приема информации при работе в условиях малых отношений сигнал/шум, когда измерения становятся не надежными и приводят к грубым ошибкам. Отсюда следует необходимость в углубленном анализе вероятностных характеристик частотно-временных параметров сигналов, исследовании различных взаимосвязей между ними, приводящих к решению проблемы повышения точности и помехоустойчивости частотно-временных измерений, которая является одной из наиболее актуальных проблем измерительной техники.

Одной из основных вероятностных характеристик, составляющих главную задачу исследований и представляющих важный практический интерес, является нахождение математического ожидания мгновенной частоты исследуемой аддитивной смеси. Процесс нахождения оценки математического ожидания частотно-временных параметров сигналов состоит в функциональном преобразовании значений, например, мгновенной частоты или периода в значение какого-либо другого параметра исследуемого сигнала, удобного для непосредственного измерения или регистрации. Такое преобразование достигается, например, сопоставлением значений мгновенной частоты исследуемого сигнала с образцовой (эталонной) частотой, представленной в соответствующей форме.

Характерным примером построения классических устройств статистической обработки результатов измерений и оценки среднего значения мгновенной частоты, являются широко распространенные электронно-счетные частотомеры. При построении классических измерителей среднего значения мгновенной частоты, как измеряемая, так и эталонная частоты представляются в форме временных интервалов, сравнение которых позволяет получать число, характеризующее приращение фазы исследуемого сигнала на величину кратную  $2\pi$ . В таких измерителях используются операторы текущего сглаживания с равномерной весовой функцией, которая определяет среднеинтегральную оценку исследуемого процесса. Основными погрешностями таких устройств, ограничивающих точность измерения, являются – погрешность дискретности и погрешность, обусловленная наличием аддитивных помех во входном сигнале. Погрешность дискретности является преобладающей при прецизионных измерениях высоко-

стабильных сигналов и снижение этой погрешности в рамках рассматриваемого метода возможно лишь за счет увеличения частоты опорного генератора, что ограничено быстродействием используемой элементной базы, или путем увеличения времени измерения. В ряде практических задач увеличение времени измерения является недопустимым, поэтому возникает задача построения измерителей среднего значения мгновенной частоты, обеспечивающих минимизацию погрешностей результатов статистической обработки без существенного увеличения времени измерения.

*Целью работы* является разработка методов построения устройств, обеспечивающих предельные точностные характеристики оценок математических ожиданий производных случайных процессов, применительно к частотно-временным измерениям.

*Для достижения поставленной цели в работе решены следующие основные задачи.*

1. Разработаны методы и устройства статистической обработки результатов измерений частотно-временных параметров случайных процессов, обеспечивающие снижение погрешностей оценок математических ожиданий среднего значения мгновенной частоты до их предельного значения.
2. Развита теория исследований методических погрешностей, предложенных устройств и выполнено их алгоритмическое обеспечение.
3. На основе статистического моделирования и экспериментальных исследований показана высокая эффективность предложенных методов.

*Методы исследований* основываются на использовании теории вероятностей, вариационных методов и функций правдоподобия, а также временного и спектрально-корреляционного методов анализа исследуемых сигналов. Кроме того, использованы методы обобщенного корреляционного анализа, статистического моделирования и математической статистики при исследовании погрешностей разработанных устройств и обработке экспериментальных данных.

### ***Научная новизна.***

1. Получил развитие метод исследования частотно-временных параметров случайных процессов, основанный на анализе многомерных вероятностных характеристик.

2. Разработана теория и исследована помехоустойчивость предложенных устройств статистической обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов на основе использования статистической связи между фазой и огибающей аддитивной смеси, пространственно перекрывающихся каналов измерения и весовой обработки сигналов с усреднением в одном накопителе без увеличения времени измерения.

3. Впервые получены оптимальные алгоритмы построения устройств статистической обработки результатов измерения среднего значения мгновенной частоты при цифровой и аналоговой обработке, минимизирующие дисперсии погрешностей измерения до их предельного значения.

4. Разработаны основные положения теории исследования погрешностей устройств статистической обработки результатов измерения, на основе обобщенного корреляционного анализа. Исследованы функции неопределенности усредняющих устройств и получены характерные поверхности погрешностей при различных обработках частотно-временных параметров сигналов.

5. Разработаны, исследованы и внедрены в производство высокоточные устройства статистической обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов с весовой обработкой, работающие по полученным в результате исследований оптимальным алгоритмам.

***Практическая значимость работы*** состоит в возможности исследования многомерных вероятностных характеристик случайных процессов, применительно к частотно-временным измерениям. Разработанной теории исследования погрешностей при статистической обработке результатов измерения частотно-временных параметров сигналов. Возможности использования новых методов построения устройств статистической обработки результатов измерения, обес-

печивающих потенциальные точности и предельное быстродействие используемой элементной базы. Новизна и значимость полученных решений подтверждается внедренными авторскими свидетельствами на изобретения.

**Реализация результатов работы.** Результаты диссертационной работы использованы при выполнении договорных работ с рядом предприятий г. Красноярска и г. Санкт-Петербурга (ВНИИРА, НПО ПМ и др.), где внедрены разработанные устройства. Кроме того, некоторые полученные теоретические результаты послужили основой совершенствования инженерного образования, войдя в отдельные модули учебных программ по разделам – «*радиотехнические цепи и сигналы*» и «*статистическая радиотехника*».

**Достоверность** научных положений работы обуславливается корректностью исходных положений и преобразований, использованием апробированного адекватного математического аппарата, компьютерных программ и логической обоснованностью выводов. Полученные результаты подтверждены многократными физическими и вычислительными экспериментами.

#### ***Основные положения, выносимые на защиту.***

1. Развитие теории исследования случайных процессов, основанной на анализе многомерных вероятностных характеристик, позволившей раскрыть механизмы возникновения погрешностей при измерении частотно-временных параметров сигналов и оценить их уровень.

2. Алгоритмическое и приборное обеспечение возможности построения устройств статистической обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов, основанных на использовании:

- статистической связи между фазой и огибающей;
- пространственно перекрывающихся во времени каналов измерения с усреднением в одном цифровом устройстве без увеличения времени измерения;
- весовой обработки результатов усредняемых измерений, позволившей в сотни раз повысить помехоустойчивость и быстродействие широко распространенных в практике классических измерителей среднего значения мгновенной частоты.

3. Оптимальные алгоритмы цифрового и аналогового измерения среднего значения мгновенной частоты, приводящие к потенциальным значениям оценок и предельному быстродействию работы измерителей без увеличения времени усреднения.

4. Основные положения теории исследования погрешностей устройств статистической обработки результатов измерения, основанной на обобщенном корреляционном анализе измерителей, позволившей исследовать функции неопределенности усредняющих устройств и оценить уровень возникающих погрешностей.

5. Устройства, защищенные авторскими свидетельствами, обеспечивающие прямое измерение частотно-временных параметров сигналов и реализующие потенциальные точности с предельным быстродействием используемой элементной базы.

**Апробация работы.** По теме диссертации опубликовано 45 научных работ, включая 20 авторских свидетельств на изобретения и монографию. Результаты работы докладывались на научно-технических семинарах и конференциях: 4<sup>ой</sup> всесоюзной конференции «Метрология в радиоэлектронике», ВНИИФТРИ, Москва, 1978; всесоюзном семинаре «Методы и аппаратура для измерения сдвига фаз и частоты сигналов», Красноярск, 1979; международной научно-технической конференции «Спутниковые системы связи и навигации», Красноярск, 1997; 2<sup>ой</sup> Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Достижения науки и техники – развитию сибирских регионов», Красноярск, 2000; международной научно-технической конференции и Российской научной школы «Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий», Москва - Сочи, 2000.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти разделов, заключения и приложений. Основная часть содержит 207 страниц основного текста, трех приложений и иллюстрирована 137 рисунками. Список литературы включает 80 наименований.



## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** выполнен обзор литературы по материалам отечественных и зарубежных источников и дано обоснование актуальности разработки новых методов построения устройств измерения частотно-временных параметров сигналов с повышенной точностью и помехоустойчивостью. Сформулирована цель и поставлены задачи исследований.

В **первом разделе** исследуются вероятностные характеристики частотно-временных параметров аддитивной смеси гармонического сигнала и узкополосного случайного процесса. Такие исследования необходимы для разработки высокоточных устройств статистической обработки результатов измерения при оценке математических ожиданий производных случайных процессов. Эта часть теории случайных процессов является наименее изученной, так как для описания характера поведения случайной фазы и случайной частоты аддитивной смеси, нахождения в частности спектрально-корреляционных характеристик производной случайной фазы нужно оперировать с восьмимерной плотностью вероятностей квадратурных составляющих квазигармонического случайного процесса и их первых производных. Практический опыт выполнения подобных вычислений показывает, что даже в частных случаях для гауссовых моделей случайных процессов они оказываются трудоемкими, сложными и не позволяют раскрыть физическую сущность различных взаимосвязей.

Для определения особенностей изменения фазы аддитивной смеси и случайной частоты автором работы для детерминированной модели смеси и пространственном анализе исследуются взаимосвязи между частотно-временными параметрами сигналов. Так, на примере суммирования гармонических колебаний с близкими частотами, представляя их в виде  $x(t) = U(t) \cos[\omega_0 t + \varphi(t)]$ , где огибающая  $U(t) = U_1(1 + 2U_{21} \cos \Delta\omega t + U_{21}^2)^{1/2}$ , а фаза смеси  $\varphi(t) = \arctg(U_{21} \sin \Delta\omega t / (1 + U_{21} \cos \Delta\omega t))$ ;  $U_{21} = U_2/U_1$  – нормированная амплитуда  $s_2(t)$  относительно амплитуды сигнала  $s_1(t)$ , можно заметить, что результирующий сигнал в таком представлении становится сигналом с амплитудными и

### Динамика изменения фазы аддитивной смеси

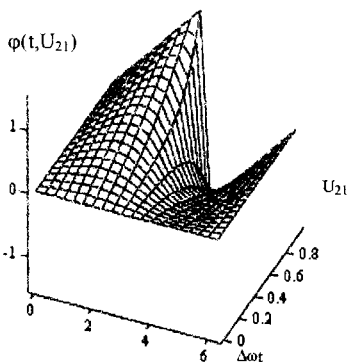


Рис. 1

при значениях параметра  $U_{21} \geq 1$  также не может быть медленной функцией времени, и в характере ее изменения наблюдаются отрицательные и положительные выбросы случайной частоты, отмеченные на пространственном графике (рис.2). Достаточно полное вероятностное описание характера изменения случайной частоты может быть получено на основе известной информации о совместной многомерной дифференциальной функции распределения огибающей аддитивной смеси, фазы и их производных

угловыми изменениями. Характер развития результирующего сигнала во времени существенно зависит от параметра  $U_{21}$ . Анализ показывает, что фаза смеси (рис. 1) является медленной функцией времени при  $U_{21} < 1$ , а при  $U_{21} \geq 1$  аддитивная смесь представляет собой фазоманипулированный сигнал, у которого фаза в области нормированного времени  $\Delta\omega = \pi$  быстро (скачком) изменяет свое значение на  $2\pi$ . При значениях  $U_{21} > 1$  в пределах периода огибающей суммарного процесса фаза смеси дважды меняет свой знак. Такое поведение фазы приводит к тому, что скорость ее изменения (случайная частота)

### Динамика изменения случайной частоты при $U_{21} > 1$

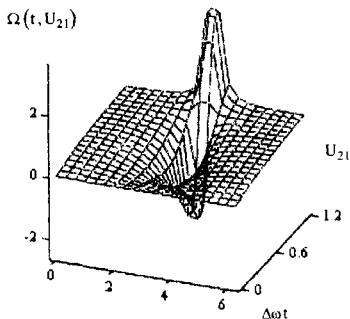


Рис. 2

$$\omega(V, V', \varphi, \Omega) = \frac{V^2}{4\pi^2} \exp \left[ -\frac{1}{2} [V'^2 + V_m'^2 - 2VV'_m \cos(\varphi_0 - \varphi)] - \frac{1}{2} [(V')^2 + V^2\Omega^2] \right], \quad (1)$$

где  $V = U/\sigma_{\xi}$  — нормированная огибающая аддитивной смеси;  $V_m = U_m/\sigma_{\xi}$  — нормированная амплитуда гармонического сигнала;  $\Omega(t) = d\varphi(t)/dt$  — случайная частота;  $V_K = U_m/\sigma_{K\xi}$ ;  $V'_K = U'/\sigma_{K\xi}$ ;  $\sigma_{\xi}$  и  $\sigma_{K\xi}$  — среднеквадратические значения случайного процесса  $\xi(t)$  и его квадратурных составляющих производных.

Из формулы (1) можно получить функции распределения, позволяющие характеризовать случайную частоту статистически, определяя наиболее вероятные ее значения и исследовать их зависимость от различных параметров суммарного процесса. Так, совместное распределение огибающей аддитивной смеси и случайной частоты может быть выражено формулой

$$\omega(V, \Omega) = \frac{V^2}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-(V^2 + V_m^2 + V_K^2 \Omega^2)/2\right] I_0(V V_m), \text{ где } I_0(V V_m) - \text{модифицированная функ-}$$

ция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента. Пространственный график, характеризующий совместную плотность распределения  $\omega(V, \Omega)$ , при значениях нормированных параметров  $V_m = 1$  и  $V_K = 1$ , то есть, когда амплитудные значения гармонического сигнала соизмеримы со среднеквадратическим значением случайного процесса  $\xi(t)$  и квадратурной составляющей производной это-

го процесса, приведен на рис. 3. Из рисунка следует статистическая зависимость между переменными  $V$  и  $\Omega$ . С изменением  $V = 0 \div 1$  плотность распределения случайной частоты концентрируется в области среднего значения в диапазоне частотного интервала  $-\pi \div \pi$ , что соответствует математическому ожиданию случайной частоты. Эта зависимость в дальнейшем используется для разработки помехоустойчивых устройств статистической обработки результатов измерения при оценке математических ожиданий производ-

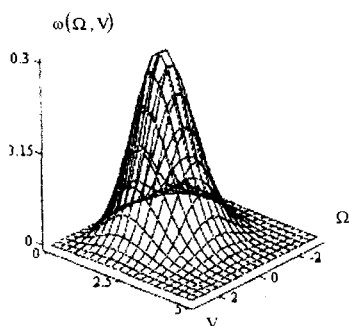


Рис. 3

ных случайных процессов. Совместное распределение  $\omega(V, \Omega)$  допускает аппроксимацию при малых ( $V_m \ll 1$ ) и больших ( $V_m \gg 1$ ) аргументах, если восполь-

зоваться асимптотическими представлениями функций Бесселя мнимого аргумента. Так при  $V_m \ll 1$ , ограничиваясь двумя слагаемыми разложения экспоненты и функции Бесселя при малых аргументах, получим

$$\omega(V, \Omega) \approx \frac{V^2}{\sqrt{2\pi}} \left( 1 - \frac{V^2 \Omega^2}{2} \right) \exp \left[ -\frac{V^2}{2} \right], \text{ то есть в формировании совместного распределения } \omega(V, \Omega) \text{ при } V_m \ll 1 \text{ участвует функция распределения Релея. При}$$

$V_m \gg 1$ , в результате преобразований, получим  $\omega(V, \Omega) \approx \frac{V_m}{2\pi} \exp \left[ -\frac{V_m^2 \Omega^2}{2} \right]$ , что соответствует гауссовой аппроксимации.

Совместное распределение фазы аддитивной смеси и её производной (случайной частоты) функционально связано нелинейной зависимостью с параметрами  $V_m$  и  $\sigma_H$ :

$$\omega(\varphi, \Omega) = \frac{1}{2\pi^{3/2}} \left[ 1 + (\Omega/\sigma_H)^2 \right]^{-3/2} \exp(-V_m^2/2) F(A), \quad (2)$$

где  $F(A) = \sqrt{\pi} \left( \frac{1}{2} + A \right) \exp(A^2) (1 - \operatorname{erf} A) - A$ ,  $A = -\frac{V_m}{\sqrt{2}} \left[ 1 + (\Omega/\sigma_H)^2 \right]^{-1/2} \cos \varphi$ ,  $\sigma_H = \sigma_{Kz}/\sigma_z$  — нормированное среднеквадратическое значение квадратурных составляющих,  $\operatorname{erf}(x)$  — функция ошибок. Положив в (2)  $V_m = 0$ , получим совместное распределение квазигармонического шума

$$\omega_z(\varphi, \Omega) = \frac{1}{4\pi} \left[ 1 + (\Omega/\sigma_H)^2 \right]^{-3/2}, \text{ представленное}$$

пространственным графиком на рис. 4, анализ которого позволяет сделать вывод о статистической независимости этих случайных процессов.

Аналитическое выражение, определяющее плотность распределения случайной частоты, может быть получено в результате интегрирования (1):

Совместная плотность распределения фазы и случайной частоты квазигармонического шума

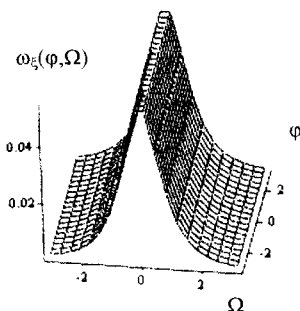


Рис. 4

$$\omega(\Omega) = \frac{1}{2\sigma_H} \left[ 1 + (\Omega/\sigma_H)^2 \right]^{-3/2} \exp \left[ -\frac{V_m^2}{2} \left( 1 - 1/\left( 1 + (\Omega/\sigma_H)^2 \right) \right) \right] \times \\ \times \left[ I_0 \left( \frac{V_m^2}{4(1 + (\Omega/\sigma_H)^2)} \right) + \frac{V_m^2}{2(1 + (\Omega/\sigma_H)^2)} \left[ I_0 \left( \frac{V_m^2}{4(1 + (\Omega/\sigma_H)^2)} \right) + I_1 \left( \frac{V_m^2}{4(1 + (\Omega/\sigma_H)^2)} \right) \right] \right].$$

Эта формула, определяющая плотность распределения случайной частоты, аналитически выражает сложную нелинейную функциональную связь исследуемого случайного процесса с параметрами  $V_m$  и  $\sigma_H$  и представлена пространственным графиком  $\omega(\Omega, V_m)$  на рис. 5, характеризующем распределение случайной частоты в зависимости от нормированной амплитуды сигнала. Как видно из представленных графиков плотность распределения случайной частоты существенно зависит от сложившегося соотношения сигнал/шум в анализируемой аддитивной смеси. Полученные результаты позволяют характеризовать случайный процесс  $\Omega(t)$  с различных позиций в зависимости от того, какая информация доступна при исследованиях. Кроме того, результаты исследования дают возможность синтезировать устройства статистической обработки при измерении частотно-временных параметров сигналов с повышенной точностью и помехоустойчивостью, проектируя устройства, учитывающие вероятностные взаимосвязи.

Плотность распределения  
случайной частоты

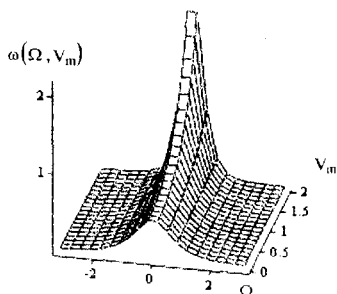


Рис. 5

Основным алгоритмом, позволяющим найти корреляционную функцию случайной частоты, остается классический алгоритм усреднения произведения на основе выражения  $K_\Omega(\tau) = m_1[\varphi'(t)\varphi'(t+\tau)] = m_1[\Omega(t)\Omega(t+\tau)]$ . Для такого вычисления необходима информация о многомерной функции распределения квадратурных составляющих и их производных. В работе исследуются спектрально-корреляционные характеристики случайной

частоты и в дальнейшем учитывается их влияние при исследовании устройств статистической обработки. Для примера, рассматривая модель случайного процесса, удовлетворяющего условиям дифференцирования, корреляционная функция огибающей которого будет иметь вид  $R_0(\tau) = 1/(1 + \alpha^2 \tau^2)$ , где  $\alpha = 2\pi\Delta f$ ,  $\Delta f$  – эффективная ширина спектра огибающей, тогда корреляционная функция случайной частоты может быть найдена и исследована по формуле:

$$K_2(\tau) = \frac{2\alpha^2 \tau^2}{(1 + \alpha^2 \tau^2)^2} \left( 1 + \frac{2(1 + \alpha^2 \tau^2)}{\alpha^2 \tau^2} e^{-\frac{V_m^2}{2}} + \frac{2 + \alpha^2 \tau^2}{\alpha^2 \tau^2} e^{-\frac{V_m^2(1 + \alpha^2 \tau^2)}{2 + \alpha^2 \tau^2}} \right) + \left( \frac{1 - \alpha^2 \tau^2}{(1 + \alpha^2 \tau^2)^2} - V_m^2 \alpha^2 \tau^2 (1 + \alpha^2 \tau^2) \right) \times \\ \times \left[ Ei \left( \frac{V_m^2}{2} (1 + \alpha^2 \tau^2) \right) - 2Ei \left( \frac{V_m^2}{2} \alpha^2 \tau^2 \right) + Ei \left( \frac{V_m^2 \alpha^2 \tau^2 (1 + \alpha^2 \tau^2)}{(2 + \alpha^2 \tau^2)} \right) \right] e^{-\frac{V_m^2}{2}(1 + \alpha^2 \tau^2)}, \quad (3)$$

где  $Ei(\cdot)$  – главное значение интегральной показательной функции. Исследования показали, что с возрастанием эффективной ширины энергетического спектра огибающей, корреляционные связи случайной частоты достаточно быстро затухают. Отмечена важная особенность корреляционных функций случайной частоты, состоящая в том, что с увеличением  $\tau$ , появляется область отрицательной корреляции, приводящая к особенностям энергетического спектра.

Спектральные характеристики случайной частоты исследуются на основе применения преобразования Винера-Хинчина, например к (3) при различных значениях параметров случайных процессов. Характер их изменения зависит от вида исследуемой модели случайного процесса. Энергетические спектры частотных флуктуаций при больших амплитудах сигнала вытесняются в высокочастотную область, а их интенсивность уменьшается.

Во **втором разделе** исследованы предельные значения статистических оценок мгновенной частоты на основе метода максимума функции правдоподобия и дана оценка погрешностей классических устройств статистической обработки результатов измерения.

Составляющая суммарной погрешности результата усреднения, определяемая отношением мощностей сигнал/шум и формой сигнала, при использовании оптимальных алгоритмов является потенциальной, так как она характеризует предельно допустимую точность работы измерителя среднего значения мгновенной частоты при идеальных прочих условиях. Предельные значения совме-

стных статистических оценок могут быть получены при вычислении элементов информационной матрицы Фишера  $J_{i,j} = -m_1\{\partial^2 \ln z(x(t)/\theta) / (\partial\theta_i \partial\theta_j)\}$ , где  $m_1\{\}$  – знак математического ожидания;  $\theta = \theta_1, \dots, \theta_m$  – оцениваемые параметры (в рассматриваемом случае  $\theta_1 = \varphi_0, \theta_2 = \omega_0$ );  $\ln z(x(t)/\theta)$  – логарифм функционала отношения правдоподобия;  $x(t, \theta_i) + \xi(t)$  – реализация аддитивной смеси, наблюдаемая на интервале времени измерения  $[0, T]$ . Дисперсия предельной оценки среднего значения мгновенной частоты имеет различное значение и зависит от отношения сигнал/шум, времени измерения и эффективной полосы пропускания селективной системы, предшествующей устройству усреднения. Для дельта-коррелированной помехи, например дисперсия равна  $\sigma_\theta^2 = 12W_0/U_m^2 T^3 = 6W_0/ET^2$ , где  $E$  – энергия сигнала, а  $W_0$  – интенсивность энергетического спектра белого шума. Потенциальные точности реализуются в корреляционных и многоканальных устройствах, тогда как стремление к простоте конструкции, уменьшению размеров и снижению себестоимости привело к широкому распространению на практике классических одноканальных цифровых усредняющих устройств. Основными соотношениями, определяющими принцип построения классического измерителя, является связь между полной фазой исследуемого сигнала и мгновенной частотой  $\omega(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{d\varphi(t)}{dt}$  и  $\Phi(t) = \int_0^t \omega(\tau) d\tau$ , а среднее значение мгновенной частоты определяется по приращению полной фазы сигнала на интервале измерения. Для оценки помехоустойчивости классических измерителей среднего значения мгновенной частоты необходимо исследовать статистические характеристики случайной составляющей фазы аддитивной смеси, поскольку характер фазовых флуктуаций определяет в конечном счете величину частотных флуктуаций на выходе устройства статистической обработки. Пространственный график, характеризующий функцию распределения фазы смеси, приведен на рис. 6, что позволяет дать оценку погрешности результата усреднения при стационарных и нестационарных фазовых флуктуациях. Эффективным методом исследования погрешностей измерения обусловленных шумом, является спектральный метод анализа, который

Плотность распределения фазы  
исследуемой аддитивной смеси

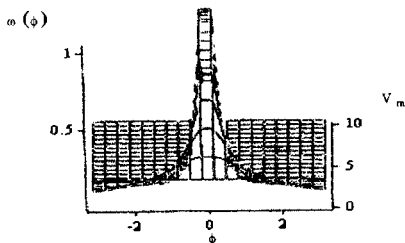


Рис. 6

базируется на использовании энергетического спектра частотных флуктуаций исследуемого сигнала  $W_f(\Omega)$  и амплитудно-частотной характеристике усредняющего устройства. Дисперсия погрешности результата усреднения в этом случае при стационарных фазовых флуктуациях и различных моделях энергетических спектров может быть получена в результате вычисления

$$\sigma_{kc}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W_f(\Omega) K^2(\Omega) d\Omega, \text{ где } K(\Omega) -$$

модуль передаточной функции усредняющего устройства. Результаты исследований показывают, что при  $\Omega, T \gg 1$  мощность частотных флуктуаций на выходе устройства статистической обработки результатов измерения среднего значения мгновенной частоты не зависит от вида энергетического спектра фазовых флуктуаций исследуемого сигнала, а характеризуется величиной отношения сигнал / шум и временем усреднения анализируемой реализации

$$\sigma_{kc}^2 = \frac{2\sigma^2}{U_m^2 T^2} = \frac{2W_0 F_s}{U_m^2 T^2} = \frac{2\sigma_{\sigma}^2}{T^2}, \text{ где } \sigma^2 = W_0 F, - \text{мощность шумов на входе измери-}$$

тельного устройства,  $F$ , – эффективная ширина спектра фазовых флуктуаций.

Оценим эффективность использования классического измерителя среднего значения мгновенной частоты при стационарных флуктуациях фазы сигнала, исследовав отношение  $Q = \sigma_{kc}^2 / \sigma_0^2$ , которое при больших значениях сигнал / шум равно  $\approx F, T/3$ . Это свидетельствует о точности устройств измерения среднего значения мгновенной частоты, дисперсия которой больше предельной оценки, полученной по методу максимума функции правдоподобия в  $Q$  раз. Значение  $Q = F, T/3$  характеризует тот резерв повышения точности оценки среднего значения мгновенной частоты, который можно достигнуть, оптимизировав процедуру статистической обработки результатов измерения исследуемого сигнала.



При нестационарных флуктуациях фазы сигнала и больших временах усреднения выражение для дисперсии оценки результата усреднения преобразуется к виду

$$\sigma_{\text{сн}}^2 = \frac{2\sigma_{\text{ф}}^2}{T} \tau_{\text{кф}}, \text{ где } \tau_{\text{кф}} = \frac{\pi}{2\Omega}, \text{ — время корреляции случайной частоты.}$$

Из проведенных исследований следует, что для определения ожидаемой погрешности среднего значения мгновенной частоты или выборе времени усреднения при заданной величине погрешности, необходима информация об энергетическом спектре (корреляционной функции) производной фазы сигнала или ее дисперсии и времени корреляции усредняемой реализации.

Низкие точности классических устройств статистической обработки результатов измерения среднего значения мгновенной частоты аддитивной смеси приводят к поиску новых путей построения аппаратуры и новых методов обработки сигнала. Измерение среднего значения мгновенной частоты при малых соотношениях сигнал/шум становятся низкоточными в силу нестационарности флуктуаций фазы исследуемого сигнала, а это для высокоточных измерений сопряжено с увеличением времени усреднения и объема аппаратуры, а, следовательно, и ее стоимости. Одной из возможностей повышения точности измерения является использование статистической связи фазы или производной фазы с огибающей аддитивной смеси. В работе исследованы условные функции распределения огибающей и фазы и выявлены требования, необходимые для построения устройств, обеспечивающих уменьшение дисперсии погрешности результатов статистической обработки. Коэффициент эффективности введения амплитудных выборок приведен на рис. 7 в виде пространственного графика и характеризует отношение дисперсии оценки фазовых флуктуаций классического измерителя к условной дисперсии. Из рисунка следует, что введение амплудных выборок приводит к увеличению точности лишь при малых соот-

Эффективность введения амплитудных выборок

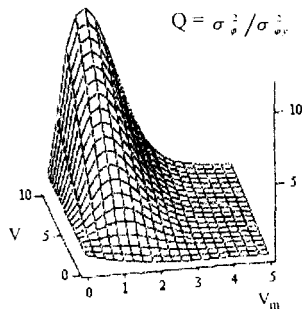


Рис. 7

сигнала, включающего и объединяющего другие методы. При высокоточных измерениях среднего значения мгновенной частоты дополнительное ограничение накладывается на время измерения (параметр  $T$ ), выбором которого, как правило, не удастся удовлетворить компромиссному требованию минимального искажения полезного сигнала и максимального подавления помехи. Оценка математического ожидания случайного процесса  $\omega(t)$  в общем виде может быть

произведена по формуле  $m_1[\omega(t)] = \int_{-T/2}^{+T/2} g(t-\tau)\omega(\tau)d\tau$ , где  $g(t)$  – весовая функция

оператора сглаживания, удовлетворяющая условию несмещенности оценки  $\int_{-T/2}^{T/2} g(t)dt = 1$ . При  $g(t) = 1/T$ , получаем классический одноканальный измеритель

среднего значения мгновенной частоты. Задача исследования помехоустойчивости введенного оператора сводится к поиску весовых функций  $g(t)$ , обеспечивающих снижение погрешности результата усреднения до её предельного значения. В работе введена обобщенная трапецевидная весовая функция, обладающая высокой эффективностью сглаживания и просто реализуемая с помощью средств цифровой техники, аппроксимируемая в виде:

$$g(t) = \begin{cases} \frac{2}{T(1+\alpha^2)} \left(1 + \frac{2}{T}t\right), & \text{при } -T/2 \leq t \leq -T_1/2, \\ \frac{2}{T(1+\alpha^2)}, & \text{при } -T_1/2 \leq t \leq T_1/2, \\ \frac{2}{T(1+\alpha^2)} \left(1 - \frac{2}{T}t\right), & \text{при } T_1/2 \leq t \leq T/2, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\alpha = T_1/T$  – отношение верхнего основания весовой функции к времени измерения. Мощность частотных флуктуаций на выходе измерителя, работающего с весовой функцией (4) оценена на основе спектральных представлений и зависит от характера спектра помехи.

Так при экспоненциальной модели корреляционной функции фазовых флуктуаций усредняемой реализации, энергетический спектр производной будет равен  $W_f(\Omega) = W_\phi(0)\Omega^2 / (1 + (\Omega/\Omega_c)^2)$ , где  $W_\phi(0)$  – интенсивность энергетического спектра фазовых флуктуаций при  $\Omega = 0$ , а дисперсия частотных флуктуаций на выходе измерителя равна:

$$\sigma_f^2 = \frac{64\sigma_\varphi^2}{\Omega_c^2(T+T_1)^2(T-T_1)^2} [e^{\frac{-\Omega_c(T+T_1)}{2}} + e^{\frac{-\Omega_c(T-T_1)}{2}} - \frac{1}{2}e^{-\Omega_c T} - \frac{1}{2}e^{-\Omega_c T_1} + \frac{\Omega_c}{2}(T-T_1)-1], \quad (5)$$

где  $\Omega_c = \frac{2}{\pi}\Omega$ ;  $\sigma_\varphi^2$  – мощность фазовых флуктуаций усредняемой реализации. Из (5) найдем погрешность измерения среднего значения случайной частоты для «треугольной» весовой обработки результатов измерения при  $T_1 = 0$ :

$$\sigma_\Delta^2 = \frac{64\sigma_\varphi^2}{\Omega_c^2 T^4} (2e^{\frac{-\Omega_c T}{2}} - \frac{1}{2}e^{-\Omega_c T} + \frac{\Omega_c T}{2} - \frac{3}{2}), \quad (6)$$

а погрешность одноканального измерителя с равномерной весовой обработкой найдем из (5) при  $T_1 \rightarrow T$ :

$$\sigma_{KC}^2 = \frac{2\sigma_\varphi^2}{T^2} (1 - e^{-\Omega_c T}). \quad (7)$$

При  $\Omega_c T \gg 1$  оценки дисперсий (5), (6) и (7) упрощаются и приводятся к виду:

$$\sigma_f^2 = \frac{32\sigma_\varphi^2}{\Omega_c T^3 (1-\alpha)(1+\alpha)^2}; \quad \sigma_\Delta^2 = 32\sigma_\varphi^2 / \Omega_c T^3; \quad \sigma_{KC}^2 = 2\sigma_\varphi^2 / T^2.$$

Оценим эффективность использования весовой обработки по формуле (4) при рассматриваемой экспоненциальной модели корреляционной функции фазовых флуктуаций. Для этого составим отношение:

$$Q(\alpha, \beta) = \frac{\sigma_{KC}^2}{\sigma_f^2} = \frac{\beta^2(1-\alpha)^2(1-e^{\frac{-2}{\pi}\beta})}{8\pi^2[e^{\frac{-\beta}{\pi}(1+\alpha)} + e^{\frac{-\beta}{\pi}(1-\alpha)} - \frac{1}{2}e^{\frac{-2\alpha\beta}{\pi}} - \frac{1}{2}e^{\frac{-2}{\pi}\beta} + \frac{\beta}{\pi}(1-\alpha)-1]}. \quad (8)$$

где  $\beta = \Omega_c T$ ;  $\Omega_c = \frac{\pi}{2}\Omega$  – эффективная ширина спектра фазовых флуктуаций.

На рис. 8 приведены графики коэффициента эффективности, рассчитанные по формуле (8) при больших временах усреднения, соответствующих  $\Omega_c T \gg 1$ . Эти графики характеризуют уменьшение флуктуаций оценки среднего значения мгновенной частоты в зависимости от параметров весовой функции, времени усреднения и ширины энергетического спектра фазовых флуктуаций. При рассматриваемых условиях  $Q(\alpha, \beta)$  не зависит от вида модели энергетического

где  $F_s$  – эффективная шумовая полоса в Гц. Анализ полученных выражений показал, что при  $\beta > 1$  и  $\alpha < 1$  уменьшение дисперсии оценки среднего значения мгновенной частоты по сравнению с классическими измерителями выполняется вне зависимости от вида энергетического спектра фазовых флуктуаций. Минимум дисперсии оценки достигается при  $\alpha = T_1/T = 1/3$ , а при практической реализации в области  $0 < \alpha < 0.7$  дисперсия оценки изменяется незначительно, и резко возрастает при  $\alpha > 0.7$ , приближаясь к дисперсии классического измерителя. Сравнение с оптимальной оценкой позволяет сделать вывод, что эффективность использования весовой обработки характеризуется коэффициентом  $Q(\alpha) = 4/3(1-\alpha)(1+\alpha)^2$ , который зависит от параметра весовой функции  $\alpha$ . При  $\alpha = 0$ ,  $Q(\alpha) = 4/3$  (1.2 дБ), а значение  $\alpha = 1/3$  позволяет приблизить оценки среднего значения мгновенной частоты при весовой обработке к потенциальной до 0.5 дБ. Отсюда следует, что весовая обработка сигнала приводит практически к предельным оценкам среднего значения мгновенной частоты, полученных по методу максимума функции правдоподобия.

При нестационарных флуктуациях фазы сигнала весовая обработка характеризуется увеличением погрешности измерения, которая зависит от выбора  $\alpha$ . В связи с этим произведена оптимизация параметров весовой функции с целью поиска компромиссного решения – максимального подавления помех при стационарных флуктуациях фазы сигнала и минимального увеличения погрешности измерения при нестационарных флуктуациях фазы. Приемлемая область значений параметра соответствует  $0.4 < \alpha < 0.8$ . В этой области значений увеличение мощности частотных флуктуаций на выходе при нестационарных флуктуациях фазы аддитивной смеси составляет ~ 10%, что является незначительным особенно с учетом того, что весовая обработка одновременно значительно снижает погрешность дискретности при цифровом исполнении усредняющего устройства.

В четвертом разделе разработаны основные положения теории исследования методических погрешностей устройств статистической обработки результатов измерения математических ожиданий производных случайных процессов с повышенной точностью и помехоустойчивостью. На основе обобщенного корреляционного анализа получены функции неопределенности

корреляционного анализа получены функции неопределенности усредняющих устройств, характеризующие погрешности результата измерения.

В работе исследованы методические погрешности разработанных усредняющих устройств, которые с учетом цифровой обработки сводятся к погрешности квантования по уровню и по времени. Это приводит к дополнительным потерям информации и увеличивает суммарную погрешность. Такие потери неизбежны, так как определяются методом измерения и при разработке высокоточных, например измерителей среднего значения мгновенной частоты, одна из основных задач, которую необходимо решить, состоит в определении условий, минимизирующих эти погрешности до их предельного значения, или в таком построении операций квантования, которые обеспечивают потери информации об измеряемой величине не выше наперед заданного уровня.

При исследовании оценок математических ожиданий, в общем, и в частности, исследовании оценок среднего значения мгновенной частоты, последние зависят как от быстротечности протекания процесса, так и от характеристик обрабатывающего фильтра. Быстротечность протекания процесса во временной области характеризуется корреляционной функцией, а основной характеристикой обрабатывающего фильтра (устройства статистической обработки) является импульсная характеристика или её преобразование Фурье. В работе используется обобщённая двумерная корреляционная функция обрабатывающего фильтра:

$$K(\tau, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) g(t+\tau) \exp(-j\Omega t) dt, \quad (9)$$

и её нормированный эквивалент

$$R(\tau, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) g(t+\tau) \exp(-j\Omega t) dt / \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt,$$

где  $\tau$  – временное смещение, а  $\Omega$  – смещение по частоте. Поверхность, образуемая на частотно-временной плоскости функцией  $R(\tau, \Omega)$ , позволяет характеризовать погрешность оценки математического ожидания мгновенной частоты и даёт возможность оценить эффективность используемой фильтрации, а также произвести необходимую оптимизацию параметров, при согласовании частотно-временных характеристик устройства статистической обработки со спектральными характеристиками усредняемого случайного процесса.

Корреляционную функцию погрешности оценки математического ожидания мгновенной частоты можно получить из (9) на основе преобразований о спектре свертки:

$$K(\tau) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} W_f(\Omega) K^2(\Omega) \exp(j\Omega\tau) d\Omega = \int_{-\infty}^{\infty} K_g(t) K_f(\tau-t) dt, \quad (10)$$

где  $W_f(\Omega)$  и  $K_f(\tau)$  – энергетический спектр и корреляционная функция усредняемой реализации  $\Omega(t)$ ;  $K^2(\Omega)$  и  $K_g(\tau)$  – “энергетический спектр” и корреляционная функция импульсной характеристики устройства статистической обработки. Следовательно, корреляционная функция погрешности оценки математического ожидания (10) представляет собой свёртку корреляционных функций исследуемого процесса и корреляционной функции импульсной характеристики устройства усреднения, а дисперсия погрешности оценки подлежит оптимизации в соответствии с аналитическим выражением:

$$\sigma_1^2 = 1/2\pi \int_{-\infty}^{\infty} W_{ff}(\Omega) K^2(\Omega) d\Omega, \quad (11)$$

при различных моделях энергетических спектров исследуемых процессов  $W_{ff}(\Omega)$  и частотных характеристик используемых устройств статистической обработки.

Характер изменения поверхности, определяющей погрешности статистической обработки при использовании весовой функции (4), приведен на рис. 9.

Поверхность, определяющая погрешность измерения при весовой обработке, ( $\delta = \Omega T$ ,  $\alpha = T_1/T$ )

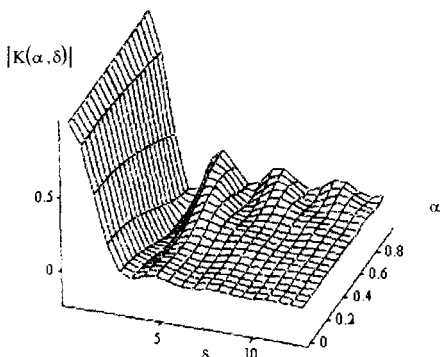


Рис. 9

Из рисунка следует, что, изменяя параметр  $\alpha$ , можно получать устройства статистической обработки с различной эффективностью обработки, ограничивая степень воздействия помехи на результат усреднения.

При цифровом исполнении устройства статистической обработки результатов измерения среднего значения мгновенной частоты одной из составляющих суммарной погрешности измерения является погрешность квантования. При использовании весовой обработки возникает задача поиска оптимального алгоритма, обеспечивающего предельное значение дисперсии оценки. Проведенные исследования, основанные на использовании вариационных методов, позволили получить оптимальный алгоритм обработки, обеспечивающий минимизацию погрешности. При определении такого алгоритма предполагалось, что имеется информация о результатах измерения всех независимых, например усредняемых периодах  $T_i$ , подлежащих статистической обработке. В этом случае оценка будет равна:

$$T^* = \sum_{\substack{i=-m \\ i \neq 0}}^m g_i T_i, \quad (12)$$

где  $g_i$  – весовые коэффициенты  $i$ -го результата измерения;  $m=n/2$ ,  $n = T/T_c$  – количество усредняемых периодов за время измерения.

Суммарную погрешность измерения в этом случае можно представить в виде:

$$\Delta T^* = \Delta_0(g_1 - g_{-1}) - \sum_{i=1}^{m-1} \Delta_i(g_i - g_{i+1}) + \sum_{i=-1}^{-m+1} \Delta_i(g_i - g_{i-1}) - \Delta_m g_m + \Delta_{-m} g_{-m},$$

где  $\Delta_i$  – погрешность квантования  $i$ -го результата измерения.

Дисперсия погрешности измерения  $\Delta T^*$ , вычисленная по общим правилам, равна:

$$D_T^2 = \frac{D_0^2}{2} \left[ (g_1 - g_{-1})^2 + \sum_{i=1}^{m-1} (g_i - g_{i+1})^2 + \sum_{i=1}^{-m+1} (g_i - g_{i-1})^2 + g_m^2 + g_{-m}^2 \right], \quad (13)$$

а значения весовых коэффициентов, обеспечивающих минимум дисперсии оценки (13), найдены методом неопределенных множителей Лагранжа, при вычислении экстремума функции:

$$\Phi(g_i) = D_{T^*}^2 - \mu \sum_{i=-m}^m g_i.$$

Из условия несмещенности оценки  $T^*(\sum_i g_i = 1)$ , определяя  $\mu$ , получено общее выражение для весовых коэффициентов, минимизирующих оценку дисперсии (13):

$$g_i = \frac{p_i}{\sum_{i=-m}^m p_i} = \frac{p_i}{2 \sum_{i=-m}^m i^2} = \frac{3p_i}{2m(m+1)(2m+1)},$$

где  $p_i = m(m+1) - |i|(|i|-1)$ , а алгоритм работы измерителя, обеспечивающего предельную точность измерения периода исследуемого сигнала, будет равен:

$$T^* = \sum_{i=-m}^m p_i T_i / 2 \sum_{i=-m}^m i^2 = \frac{3}{2m(m+1)(2m+1)} \sum_{i=-m}^m [m(m+1) - |i|(|i|-1)] T_i. \quad (14)$$

При  $m \gg 1$  можно пренебречь относительно малыми величинами в знаменателе (14) и, переходя к п, получим окончательно  $D_{T^*}^2 \approx 6D_0^2/n^3$ . Сравнение дисперсии оптимизированного алгоритма и классического метода измерения показывает, что при одном и том же времени измерения весовая обработка  $T_i$  позволяет снизить погрешность квантования по уровню в  $n/6$  раз. Так, например при  $T=1$  с,  $t_0 = 10^{-7}$  с и  $T_c = 10^{-6}$  с — относительное среднеквадратическое значение погрешности дискретности классического измерителя равно  $10^{-7} \sqrt{6}$ , а измерителя, реализованного по выражению (14) —  $10^{-10}$ . Следовательно, эффективность использования (14) более чем на два порядка выше классического метода усреднения при том же времени измерения.

Рассмотренная модель обработки сигнала, при независимых испытаниях, на практике нарушается. Поэтому в работе на основе статистического моделирования получены характеристики погрешности квантования в общем случае, с учетом корреляционных связей между погрешностями промежуточных измерений. На основании проведенного исследования погрешности квантования классического измерителя среднего значения мгновенной частоты и устройств с весовой обработкой получены зависимости, позволяющие характеризовать поведение погрешности квантования при различных значениях дробной части отношения частот образцового и исследуемого сигналов ( $f_0/F_c$ ), а результаты ис-



пользовать при сравнительной оценке погрешностей квантования высокоточных измерителей среднего значения мгновенной частоты.

Суммарная погрешность квантования, определения среднего значения периода исследуемого сигнала при четном их числе укладывающихся в измерительный интервал, будет равна разности сумм:

$$\Delta_{\Sigma} = \sum_{i=0}^{n/2-1} \Delta_i - \sum_{i=n/2-1}^n \Delta_i,$$

где  $\Delta_i = \{id + \Delta_0\}$ ;  $d$  – дробная часть отношения  $f_0/F_c$ ;  $\Delta_0$  – погрешность измерения первого периода. Один из результатов исследований приведен на рис. 10 для классического устройства и устройства с весовой обработкой результатов статистических измерений. Из рисунка следует, что среднеквадратическое значение погрешности квантования симметрично относительно точки  $d = 0.5$ , являющейся точкой минимума погрешности. Максимумы погрешности соответствуют нечетным, а минимумы – четным значениям дробной части  $f_0/F_c$ . Наибольший уровень погрешности квантования соответствует значениям дробной части равной  $d = 0 \div 0.04$ ,  $d = 0.49 \div 0.51$  и  $d = 0.96 \div 1.0$ . В этой области значений  $d$  погрешность квантования с весовой обработкой близка к погрешности классического измерителя среднего значения мгновенной частоты и, следовательно, весовая обработка не приводит к дополнительному снижению погрешности при этих условиях усреднения.

Среднеквадратические значения погрешности квантования  
при весовой обработке

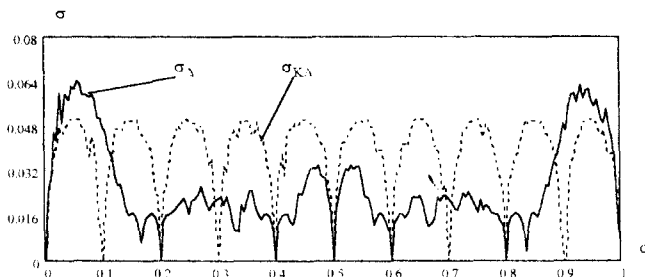


Рис. 10

Среднеквадратическое значение погрешности квантования для независимых значений погрешностей усредняемых результатов измерений при «треугольной» весовой обработке равно  $\frac{2D_0}{n} \sqrt{\frac{2}{n}}$ , ( $D_0 = t_0 / \sqrt{6}$ ), а относительное среднеквадратическое значение, например при  $n = 10$ , составляет  $\sim 4 \cdot 10^{-2}$ . Из рис. 10 следует, что даже при малом количестве усредняемых периодов наличие корреляции приводит к дополнительному снижению погрешности квантования, которое в областях с центрами  $d \cong 0.3, 0.7$  только по максимумам составляет  $2 \cdot 10^{-2}$ , то есть снижается более чем в два раза. Погрешность квантования приближается к своим значениям при независимых измерениях промежуточных отсчетов среднего значения мгновенной частоты в области  $d \approx 0.2 \div 0.4$  и  $d \approx 0.6 \div 0.8$ .

Эффективность использования весовой обработки при переходе к цифровому измерению среднего значения мгновенной частоты снижается по сравнению с обобщенной формулой, использующей весовую функцию (4). При цифровом измерении с весовой обработкой результатов промежуточных отсчетов, искомое значение среднего значения мгновенной частоты определяется в дискретные моменты времени, пропорциональные периоду исследуемого сигнала, а оценка среднего значения мгновенной частоты при циклических измерениях на интервале наблюдения производится с интервалом дискретности пропорциональным времени усреднения. В связи с квантованием по времени возникает задача выбора шага квантования, обеспечивающего минимальное увеличение дисперсии оценки среднего значения мгновенной частоты гармонического сигнала. Оптимизировать шаг квантования можно при рассмотрении частотных характеристик используемых весовых функций с учетом спектральных свойств воздействующих помех или же временным методом, исследовав погрешности оценки измерения временных интервалов.

В работе, используя методику определения погрешности квантования по уровню, при  $T_i = \Delta t$ , определена дисперсия погрешности результата усреднения по общим правилам для суммы зависимых случайных величин:

$$\sigma_{gm}^2 = \frac{\sigma_y^2}{(2\Delta t \sum_{i=1}^n t_i)^2} \left[ n + 2 \left[ \sum_{i=1}^{n-2} (n+1-3i) R(i\Delta t) - \sum_{i=n-2+1}^n (n+1-i) R(i\Delta t) \right] \right], \quad (15)$$

где  $\sigma_\varphi^2$  – дисперсия фазовых флуктуаций усредняемой реализации;  $R(i\Delta t)$  – нормированная корреляционная функция фазовых флуктуаций, разделенных временным интервалом  $t = i\Delta t$ .

В пределе, устремив  $n \rightarrow \infty$ , что соответствует  $\Delta t \rightarrow 0$ , из (15) нетрудно перейти к интегральной форме дисперсии оценки среднего значения мгновенной частоты во временной области:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{gn}^2 = \sigma_g^2 = \frac{32\sigma_\varphi^2}{T^3} \left[ \int_0^{T/2} \left(1 - \frac{3\tau}{T}\right) R(\tau) d\tau - \int_{T/2}^T \left(1 - \frac{\tau}{T}\right) R(\tau) d\tau \right].$$

При больших временах усреднения, соответствующих  $T > \tau_{k\varphi}$  – времени корреляции фазовых флуктуаций, выражение для дисперсии преобразуется к виду:

$$\sigma_g^2 = \frac{32\sigma_\varphi^2}{T^3} \int_0^\infty R(\tau) d\tau,$$

(в чем можно убедиться, выполнив вычисления, например, с моделью нормированной корреляционной функции фазовых флуктуаций  $R(\tau) = e^{-\frac{\tau}{\tau_{k\varphi}}}$ ), а, принимая во внимание, что  $\int_0^\infty R(\tau) d\tau = \tau_{k\varphi}$ , получим еще одну формулу для вычисления дисперсии оценки среднего значения мгновенной частоты:

$$\sigma_{gA}^2 = \frac{32\sigma_\varphi^2}{T^3} \tau_{k\varphi} = \frac{8\pi\sigma_\varphi^2}{T^3 F_s}, \quad (16)$$

которая по сравнению с оценкой классического измерителя, равной  $\sigma_{KC}^2 = 2\sigma_\varphi^2/T^2$  дает выигрыш в точности равный:

$$Q = \sigma_{KC}^2 / \sigma_g^2 = T / 16\tau_{k\varphi} = F_s T / 4,$$

совпадающий с результатами исследований, выполненными в третьем разделе другим методом.

Оценки по дискретной выборке из реализации фиксированной длительности могут быть использованы для определения оптимального количества выборок на интервале усреднения и шага квантования по времени. Оптимальный шаг квантования по времени определим, составив и исследовав отношение выражений (15) и (16) для полученных дисперсий оценок результата усреднения:

$$Q_s = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_{j\Delta}^2} = \frac{\Delta t}{\tau_{kp}} \left[ \frac{1}{2} + \sum_{i=1}^{n/2} \left(1 - \frac{3i}{n}\right) R(i\Delta t) - \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n \left(1 - \frac{i}{n}\right) R(i\Delta t) \right].$$

Результаты исследований показывают, что увеличение шага квантования относительно времени корреляции фазовых флуктуаций  $\tau_{kp}$  приводит к уменьшению точности цифрового измерения, которое при  $\Delta t \gg \tau_{kp}$  становится существенным. Так, например при  $\Delta t/\tau_{kp} = 10$  дисперсия погрешности цифрового измерения возрастает в 5 раз. Если шаг квантования соизмерим с временем корреляции фазовых флуктуаций, то эффективность цифровой обработки приближается к аналоговой при увеличении количества отчетов  $n = T/\Delta t$ . Например, уже при  $n = 10^2 - 10^3$  в области значений  $0,1\tau_{kp} \leq \Delta t \leq 2\tau_{kp}$  наблюдается незначительное отличие аналоговой и цифровой весовых обработок результатов измерений.

В **пятом разделе** выполнены исследования, связанные с анализом устройств, работающих по разработанным алгоритмам и обеспечивающие минимизацию погрешностей результатов измерения частотно-временных параметров до их предельного значения. Получена оптимальная весовая функция, позволяющая разрабатывать помехоустойчивые устройства статистической обработки, работающие на предельном быстродействии используемой элементной базы.

Теоретический анализ возможности построения высокоточных измерителей среднего значения мгновенной частоты и результаты исследований методических погрешностей показали целесообразность использования весовой обработки для одновременного снижения погрешностей, обусловленных аддитивными помехами и погрешностей, вызванных применением цифровых методов обработки. Эффективность предложенных методов позволяет выбрать один из вариантов построения измерителей среднего значения мгновенной частоты, достаточно простой и надежный, обеспечивающий необходимую степень снижения суммарной погрешности. При цифровом исполнении устройства статистической обработки результатов измерения среднего значения мгновенной частоты одной из составляющих суммарной погрешности измерения является погрешность квантования. Для исследования и проведения сравнительного анализа, рассмотрим величину суммарной погрешности в устройствах измерения

среднего значения мгновенной частоты с равномерной весовой обработкой. Точность классических цифровых измерителей среднего значения мгновенной частоты гармонических сигналов ограничена с одной стороны стабильностью частоты опорного генератора, а с другой – погрешностью дискретности и погрешностью, обусловленной наличием аддитивных помех в исследуемом сигнале. Среднеквадратическое значение суммарной относительной погрешности при измерении среднего из  $n$  периодов равно:

$$\delta_z = \left( \frac{1}{2\pi V_m^2} + \frac{D_0^2}{n^2 T^2} + \frac{\delta_0^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}},$$

где  $V_m$  – отношение амплитуды сигнала к среднеквадратическому значению шума;  $n = T/T_c$  – количество усредняемых периодов за время измерения;  $D_0 = t_0/\sqrt{6}$  – среднеквадратическое значение погрешности измерения одного периода, а  $t_0$  – период следования счетных импульсов;  $\delta_0$  – составляющая суммарной погрешности, обусловленная нестабильностью частоты генератора образцовых импульсов. Стабильность современных генераторов можно получить достаточно высокую, поэтому при больших соотношениях сигнал/шум основную долю будет составлять погрешность дискретности, которая при высоких требованиях к точности измерения среднего значения мгновенной частоты стабильного гармонического сигнала имеет существенное значение.

С учетом возможностей снижения погрешности дискретности до требуемого уровня в устройствах с многоканальным принципом работы, общее выражение суммарной относительной среднеквадратической погрешности измерения среднего из  $n$  усредняемых периодов в многоканальном устройстве статистической обработки, использующего  $m$  каналов, будет иметь вид:

$$\delta_z = \left( \frac{1}{6n^2 f_0^2 T_c^2 m} + \frac{1}{2\pi^2 V_m^2 n^2 m} + \frac{\delta_0^2}{9} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

Если стабильность современных опорных генераторов ( $\delta_0$ ) может быть весьма высокой, то для уменьшения других составляющих суммарной погрешности необходимо увеличивать время измерения ( $n$ ) и количество независимых каналов ( $m$ ). Увеличение времени измерения не всегда представляется возмож-

ным, так как может измениться сама измеряемая величина, а увеличение числа каналов сопряжено с быстро возрастающей сложностью построения аппаратуры. В выражении (17), например не учитываются выбросы фазы смеси, то есть она справедлива для соотношений сигнал/шум выше порогового уровня.

Экспериментальная проверка эффективности использования многоканального способа построения измерителей частоты была проведена для  $T = 0.1$  с,  $t_0 = 10^{-7}$  с;  $F_c < 10^6$  Гц и  $\frac{U_m}{\sigma} = 5$ . При этих условий рассмотрим величину погрешности дискретности. Расчетное значение погрешности, выраженное в Гц при исходных данных, равных  $f_0 = 10^7$  Гц,  $F_c = 10^3$  Гц будет равно  $D = 0.042$  Гц, то есть при выбранной частоте квантования – это пренебрежимо малая величина. Учитывая высокую стабильность опорного генератора, можно отметить, что основную долю суммарной погрешности измерения при малых отношениях сигнал/шум определяет шумовая составляющая, равная  $\delta_{ш} = 1/\sqrt{2m\pi n} V_m$ , абсолютное значение которой для отмеченных исходных данных составляет 0,45 Гц. Следовательно, в первом приближении эта составляющая будет определять суммарную погрешность измерения среднего значения мгновенной частоты, и характеризовать точность измерителя, а увеличение  $m$  позволяет уменьшить суммарную погрешность до требуемого уровня.

Увеличение числа каналов измерения эквивалентно увеличению времени усреднения, существенно влияющего на процесс сглаживания флуктуационных помех. Экспериментальные исследования показали, что, например для  $F_c = 315 \cdot 10^3$  Гц, зависимость среднеквадратического значения погрешности при измерении среднего значения мгновенной частоты от соотношения сигнал/шум ( $q = U_m^2/2\sigma^2$ ) при  $m=16$  и  $q=3$  суммарная среднеквадратическая погрешность равнялась 0.09 Гц, то есть была снижена более чем в 4 раза. Из этого следует, что результаты теоретических расчетов и эксперимент подтвердили возможность реализации многоканальных измерителей среднего значения случайной частоты с высокими точностными характеристиками, позволяющие снизить суммарную погрешность измерения до требуемого значения при высоком уровне помех путем соответствующего выбора числа каналов.

Автором разработаны и исследованы устройства статистической обработки результатов измерения с весовой обработкой на сумматорах и счетчиках. В измерителях достигается существенное снижение погрешности дискретности. Так количество импульсов, накопленное в сумматоре в результате измерений, будет равно:

$$N_{\Sigma} = \frac{1}{t_0} \sum_{i=1}^n g_i T_i,$$

где  $T_i = kt_0$  – результат заполнения счетными импульсами  $i$ -го периода исследуемого сигнала;  $k$  – количество счетных импульсов в  $i$ -м периоде;  $t_0$  – период следования счетных импульсов;  $g_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го результата измерения. Тогда среднее значение периода исследуемого сигнала будет равно:

$$T_{cp} = N_{\Sigma} / \sum_{i=1}^n g_i.$$

Определим математическое ожидание, учитывая, что  $m_1(T_i) = T_c$ :

$$m_1(T_{cp}) = m_1(N_{\Sigma}) / \sum_{i=1}^n g_i = m_1\left(\sum_{i=1}^n g_i T_i\right) / \sum_{i=1}^n g_i = T_c,$$

где  $m_1(\cdot)$  – операция статистического усреднения. Отсюда следует, что измеренный устройством средний период соответствует истинному значению периода исследуемого сигнала, то есть оценка периода несмещенная. Определим дисперсию  $T_{cp}$ , обусловленную погрешностью дискретности:

$$D^2(T_{cp}) = D^2(N_{\Sigma}) / \left(\sum_{i=1}^n g_i\right)^2 = \frac{\frac{n}{2} [D^2(\Delta_H) + D^2(\Delta_k)]}{(2 \sum_{i=1}^n g_i)^2},$$

где  $D^2(\Delta_H)$  – дисперсия погрешности дискретности «начала» измерения, а  $D^2(\Delta_k)$  – дисперсия погрешности «конца» измерения. Поскольку дисперсия измерения одного периода равна  $D_0^2 = t_0^2/6$ , то, полагая погрешности  $\Delta_H$  и  $\Delta_k$  независимыми и, следовательно,  $D^2(\Delta_H) = D^2(\Delta_k) = D_0^2/2$ , в результате получим:

$$D^2(T_{cp}) = \frac{n}{4} D_0^2 / \left(2 \sum_{i=1}^n g_i\right)^2 = \frac{8 D_0^2}{n(n+2)^2}.$$

Здесь учтено, что  $2 \sum_{i=1}^{n/2} g_i = n(n+2)/4$  и используется формула (4) при  $\alpha = 0$ .

Чтобы оценить эффективность использования весовой обработки при снижении дисперсии погрешности дискретности составим отношение:

$$\frac{D_{\text{св}}^2(T_{\text{ср}})}{D^2(T_{\text{ср}})} = \frac{(n+2)^2}{8n},$$

где  $D_{\text{св}}^2(T_{\text{ср}}) = D_0^2/n^2$  – дисперсия  $T_{\text{ср}}$  классического измерителя среднего значения мгновенной частоты. Из полученных выражений видно, что среднеквадратическое значение погрешности дискретности уменьшается в  $\sim \sqrt{n/8}$  раз. Например, при частоте квантования 10 МГц максимальная погрешность дискретности классического измерителя равна  $\pm 100 \text{ нс} (1/10^7 \text{ с})$ , а среднеквадратическое значение погрешности равно  $(1/\sqrt{6}) 100 \text{ нс}$ . В измерителе с весовой обработкой, при той же самой частоте квантования и  $n = 2 \cdot 10^4$ , среднеквадратическое значение погрешности дискретности равно  $\sqrt{2/3} \text{ нс}$ , то есть уменьшается в 50 раз. Такое же среднеквадратическое значение погрешности дискретности можно получить в классическом измерителе при частоте квантования  $f_0 \geq 500 \text{ МГц}$ , то есть, связано с увеличением частоты квантования в 50 раз и не может быть просто реализовано из-за ограниченного быстродействия существующей элементной базы.

Результаты теоретических исследований возможности построения цифровых измерителей среднего значения мгновенной частоты с весовой обработкой апробированы при испытании лабораторных макетов. Измерители работают в режиме прямого измерения среднего значения мгновенной частоты в широком частотном диапазоне  $10^5 - 10^7$  Гц. Динамика погрешности квантования в пределах расчетного диапазона частот может быть изменена выбором времени усреднения – 0.45; 4.5 и 45 с. Комплексные испытания устройства статистической обработки проведены в диапазоне частот  $10^5 - 10^7$  Гц. Функции исследуемого сигнала выполнял синтезатор частот с кратковременной нестабильностью, равной единицам десятого знака и возможностью перестройки до сотых долей Герца.



позволившей исследовать тонкую структуру зависимости погрешности квантования от дробной части  $f_0 / F_c$ . По результатам экспериментальных исследований для измерителей среднего значения мгновенной частоты с весовой обработкой погрешность квантования во всем диапазоне частот исследуемого сигнала значительно меньше, чем у известных приборов и соответствует приведенным выше расчетным данным.

В четвертом разделе методом неопределенных множителей Лагранжа получен алгоритм, обеспечивающий минимум дисперсии погрешности измерения частотно-временных параметров сигналов по дискретной выборке. Полученный алгоритм изменения весовых коэффициентов можно представить в виде:

$$g(i\Delta t) = \frac{3(m+1) - |i\Delta t|(|i\Delta t| - 1)}{2m(m+1)(2m+1)},$$

а, учитывая, что  $m=p/2$  и, выполняя предельный переход при  $p \gg 1$  и, следовательно,  $\Delta t \rightarrow 0$ , в результате получим оптимальную весовую функцию для непрерывного времени:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} [g(i\Delta t)] = g(t) = 6t(T-t)/T^3. \quad (18)$$

Обобщенная корреляционная функция  
при оптимальной обработке

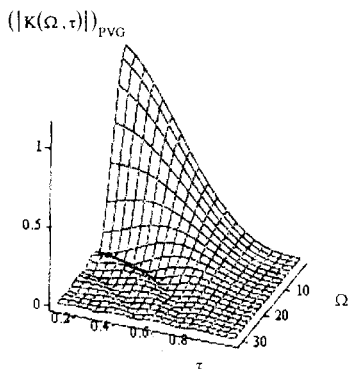


Рис. 11

Пространственный график полученный на основе теории обобщенного корреляционного анализа, рассмотренной в четвертом разделе и характеризующий поверхность погрешности результата измерения для оптимальной весовой функции (18), приведен на рис. 11. Из рисунка следует, что низкий уровень боковых лепестков и концентрация объема обобщенной корреляционной функции в начале координат частотно-временной плоскости обеспечивают

высокую эффективность полученной весовой функции при статистической обработке результатов измерения.

Сглаживание и фильтрация случайных процессов, в общем, и оценка математического ожидания мгновенной частоты в частности с оптимальной весовой функцией (18), кроме высокой эффективности, обеспечивающей минимизацию дисперсии погрешности результата измерения до ее предельного значения, имеет еще и то важное достоинство, что эта функция наилучшим образом может быть аппроксимирована при переходе к дискретной обработке результатов измерений, уменьшая погрешности квантования и упрощая построение устройств измерения среднего значения мгновенной частоты с высокой точностью и помехоустойчивостью.

Автором разработаны и исследованы измерители среднего значения мгновенной частоты с весовой обработкой результатов усредняемых измерений, экспериментальная отработка которых подтвердила возможность построения устройств с высокими метрологическими характеристиками, способными работать в широком диапазоне прямого измерения частоты с предельным быстродействием используемой элементной базы.

В **приложении 1** приводятся примеры вычисления дисперсий оценок среднего значения мгновенной частоты при стационарных и нестационарных флуктуациях фазы сигнала с различными моделями энергетических спектров.

В **приложении 2** приведены технические данные и общая характеристика некоторых разработанных и внедренных частотоизмерительных устройств.

В **приложении 3** приведены копии документов, свидетельствующие о внедрении результатов диссертационной работы.

### **Основные результаты работы**

1. Развита теория исследования частотно-временных параметров случайных процессов, основанная на анализе многомерных вероятностных характеристик, позволившей раскрыть механизмы возникновения и динамику изменения погрешностей в зависимости от различных условий, а также оценить их уровень при измерении частотно-временных параметров.

2. Исследована помехоустойчивость классических измерителей среднего значения мгновенной частоты во временной и спектральной областях при стационарных флуктуациях фазы сигнала. Получены алгоритмы оценки среднего значения мгновенной частоты гармонического сигнала и узкополосного случайного процесса при произвольных соотношениях сигнал/шум. Дана оценка эффективности классических измерителей, точность которых в  $F_s T/3$  раз (практически в сотни раз) ~~меньше~~ оптимальной оценки, полученной по методу максимума функции правдоподобия.

3. Исследована помехоустойчивость классических измерителей среднего значения мгновенной частоты при нестационарных флуктуациях фазы сигнала, а полученные формулы для оценки погрешностей позволяют выбрать необходимые условия усреднения исследуемой реализации для достижения требуемой точности.

4. Разработан новый метод построения измерителей частоты, основанный на использовании статистической связи между фазой и огибающей аддитивной смеси и выполнен анализ его помехоустойчивости. На основе проведенных исследований предложен измеритель среднего значения мгновенной частоты, позволяющий снизить фазовые флуктуации в 2-3 и более раз при малых отношениях сигнал/шум.

5. Развита теория и предложены устройства обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов на основе использования  $m$  пространственно перекрывающихся каналов, разнесенных на время корреляции фазовых флуктуаций с усреднением в одном накопителе. Устройства позволяют снизить среднеквадратическое значение шумовой составляющей суммарной погрешности в  $(m)^{1/2}$  раз без увеличения времени измерения.

6. Развита теория исследования квазиоптимальных операторов, с весовыми функциями, обладающими высокой эффективностью сглаживания. Введена обобщенная трапециевидная весовая функция, позволяющая существенно снизить мощность частотных флуктуаций на выходе устройства статистической обработки, приближая дисперсию результата измерения к потенциально возможной до 0,5 дБ.

7. Исследованы погрешности и получена оценка дисперсии погрешности результатов измерения в устройствах с весовой обработкой для типовых моде-

лей энергетических спектров аддитивных помех, приводящих к стационарным и нестационарным флуктуациям фазы сигнала. Показано, что при стационарных флуктуациях и  $F_s T \gg 1$  погрешность измерения не зависит от вида энергетического спектра фазовых флуктуаций сигнала и в  $F_s T/4$  раза меньше погрешности классического измерителя среднего значения мгновенной частоты, а при оптимизации параметров весовой функции дисперсия оценки среднего значения мгновенной частоты практически совпадает с предельно достижимой, полученной по методу максимума функции правдоподобия.

8. Вариационным методом получен оптимальный алгоритм цифрового измерения среднего значения мгновенной частоты, обеспечивающий уменьшение дисперсии погрешности квантования в  $\pi/6$  раз по сравнению с дисперсией погрешности классического усредняющего устройства.

9. Исследована погрешность квантования по уровню и по времени в устройствах статистической обработки результатов измерения. Произведена оптимизация шага квантования, обеспечивающего минимизацию погрешности.

10. Разработаны основные положения теории исследования погрешностей устройств статистической обработки результатов измерения, на основе обобщенного корреляционного анализа. Исследованы функции неопределенности усредняющих устройств и получены характеристики поверхностей погрешностей при различных обработках исследуемого сигнала, позволившие раскрыть механизм взаимосвязей и возникновения погрешностей, оценить их уровень и определить алгоритмы, обеспечивающие уменьшение погрешностей до их предельного значения.

11. Разработаны, исследованы и внедрены в производство высокоточные устройства статистической обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов с весовой обработкой, работающие по полученным в результате исследований оптимальным алгоритмам. Устройства обеспечивают практически потенциально достижимые минимальные значения погрешностей при частотно-временных измерениях. Экспериментальная проверка и моделирование подтвердили основные, полученные теоретически, положения о возможности построения устройств статистической обработки результатов измерения частотно-временных параметров сигналов с весовой обработкой и высокими метрологическими характеристиками.

**Основным результатом** диссертационной работы является развитие общей теории оценок математических ожиданий производных случайных процессов и построение устройств обработки результатов измерения с повышенной точностью и помехоустойчивостью, применительно к частотно-временным измерениям.

#### **Основные работы, опубликованные по теме диссертации**

1. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Безусловные статистические характеристики погрешностей измерения сдвига фаз при малых соотношениях сигнал/шум. // Радиотехника, тонкие магнитные пленки, вычислительная техника. Красноярск, 1974. Т.1. Изд. ИФ СО АН СССР. С. 179–183.
2. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Статистические характеристики погрешностей измерения сдвига фаз, обусловленные воздействием помех // Тезисы НТК. НЭТИ. Новосибирск, 1974. С. 27.
3. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Условные статистические характеристики погрешностей измерения сдвига фаз при малых отношениях сигнал/шум // Радиотехника, тонкие магнитные пленки, вычислительная техника. Красноярск, 1974. Изд. ИФ СО АН СССР. Т.1. С. 184 –188.
4. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Статистические характеристики погрешностей измерения сдвига фаз, обусловленные воздействием помех // Радиосистемы и информационная техника. Красноярск, 1975.
5. А. с. СССР. Цифровой измеритель частоты. / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 457045. Бюл. № 2. 1975.
6. А. с. СССР. Цифровой измеритель периода. / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 611158. Бюл. № 22. 1978.
7. **Патюков В. Г.** Помехоустойчивый цифровой измеритель частоты // Радиотехнические измерения в физических исследованиях. М.: Наука, 1977. С. 53–56.
8. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Оптимальный алгоритм цифрового измерения частоты // Известия ВУЗов, Приборостроение, 1976. № 3. С. 21–24.
9. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Погрешности цифрового измерителя частоты с весовой обработкой результатов измерения // Тезисы 3-го Всесоюзного семинара-совещания «Метрология в радиоэлектронике» / ВНИИФТРИ. М., 1975. С. 244–245.

10. **Патюков В. Г.** Пространственный анализ в задачах исследования вероятностных характеристик случайных процессов // Труды МНТК. Спутниковые системы связи и навигации. Т.3. Красноярск, 1997. С. 246–250.
11. **Патюков В. Г., Чмых М. К.** Квазиоптимальные оценки математических ожиданий случайных процессов // Известия Вузов. Приборостроение. 1979. № 1. С. 7–12.
12. **Патюков В.Г.** Статистическое моделирование погрешностей цифровых измерителей частоты // Тезисы Всесоюзного семинара «Методы и аппаратура для измерения сдвига фаз и частоты сигналов». Красноярск, 1979.
13. **Патюков В. Г.** Эффективность одного класса весовых функций при исследовании случайных процессов // Вестник Красноярского государственного технического университета. Вып. 15. Радиоэлектроника, связь, физика. Красноярск, 1998. С. 61–67.
14. А. с. СССР. Способ цифрового измерения длительности периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 563642. 1976.
15. **Патюков В. Г., Чмых М. К.** Повышение точности цифровых измерителей частоты, методом фазовых отсчетов с весовой обработкой // Тезисы докладов Всесоюзной конференции «Методы и средства АЦП параметров электрических сигналов и цепей». Пенза – Москва, 1978. С. 9–11.
16. **Патюков В. Г., Чмых М. К.** Квазиоптимальные алгоритмы построения измерителей частоты // Тезисы докладов 4-й Всесоюзной конференции «Метрология в радиоэлектронике». М., 1978. С. 149–150.
17. А. с. СССР. Цифровой измеритель периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**, В. П. Кретов. № 535520. Бюл. 1976. № 42.
18. А. с. СССР. Цифровой измеритель длительности периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 615429. Бюл. 1978. № 26.
19. А. с. СССР. Цифровой измеритель периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 513343. Бюл. 1976. № 17.
20. А. с. СССР. Цифровой измеритель периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**, Ю. В. Шеметов. № 543889. Бюл. 1977. № 3.
21. А. с. СССР. Цифровой частотомер / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**, Ю. В. Шеметов. № 532827. Бюл. 1976. № 39.

22. **Патюков В. Г.** и др. Исследование методов построения измерителей частоты. Гос. регистр. № 76090004 / ВИНТИ. М., 1980. 113 с.
23. А. с. СССР. Цифровой измеритель длительности периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**, М. М. Мичурина. № 661382. Бюл. 1979. № 17.
24. А. с. СССР. Цифровой частотомер / **В. Г. Патюков**, М. К. Чмых. № 892332. Бюл. 1981. № 47.
25. А. с. СССР. Измеритель временных интервалов / А. С. Глинченко, Г. Н. Громов, С. В. Лавров, В. В. Лукьянов, **В. Г. Патюков**, Б. В. Смирнов, С. В. Чепурных, М. К. Чмых. № 1054822. Бюл. 1983. № 42.
26. А. с. СССР. Цифровой измеритель длительности периода / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**, М. М. Мичурина. № 1161890. Бюл. 1985. № 22.
27. А. с. СССР. Цифровой частотомер / **В. Г. Патюков**. № 1247771. Бюл. 1986. № 28.
28. А. с. СССР. Цифровой частотомер / **В. Г. Патюков**. № 1293664. Бюл. 1987. № 8.
29. А. с. СССР. Цифровой измеритель периода / **В. Г. Патюков**. № 1366962. Бюл. 1988. № 2.
30. А. с. СССР. Цифровой частотомер / **В. Г. Патюков**. № 1448295. Бюл. 1988. № 48.
31. А. с. СССР. Устройство контроля качества канала связи / **В. Г. Патюков**, Ю. Б. Зархин, В. А. Кабанов. № 1778911. Бюл. 1992. № 44.
32. А. с. СССР. Устройство контроля качества канала связи / **В. Г. Патюков**, Ю. Б. Зархин. № 1823138. Бюл. 1993. № 23.
33. А. с. СССР. Цифровое усредняющее устройство / М. К. Чмых, **В. Г. Патюков**. № 618747. Бюл. 1978. № 29.
34. **Патюков В. Г.**, Подлесный С. А., Чмых М. К. Помехоустойчивый измеритель частоты / Приборы и техника эксперимента. 1976. № 5. С. 290.
35. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К., Солдатов С. В. Прецизионный измеритель частоты / Приборы и техника эксперимента. 1978. № 6. С. 201.
36. А. с. СССР. Формирователь импульсов / С. В. Чепурных, М. К. Чмых, А. С. Глинченко, **В. Г. Патюков**. № 746896. Бюл. 1980. № 25.
37. **Патюков В. Г.**, Чмых М. К. Помехоустойчивость классических измерителей частоты при стационарных флуктуациях фазы сигнала // «Научное приборостроение и автоматизация научного эксперимента» / ИФ СО АН СССР. Красноярск, 1978.

38. **Патюков В.Г.**, Чмых М.К. Фильтрация частотных и фазовых флуктуаций в измерителях частоты с весовой обработкой // Тезисы Всесоюзного семинара «Методы и аппаратура для измерения сдвига фаз и частоты сигналов». Красноярск, 1979.
39. **Патюков В. Г.** Высокоточные измерительные системы – неотъемлемая часть повышения эффективности производства // Тезисы Второй Всероссийской научно-практической конференции с международным участием “Достижения науки и техники – развитию сибирских регионов”. Красноярск, 2000. С. 93–94.
40. Мичурина М. М., **Патюков В. Г.**, Чмых М. К., Солдатов С. В. Измеритель частоты и длительности периода с весовой обработкой: Сб. научных трудов / Ин-т физики СО АН СССР // Методы и аппаратура для измерения сдвига фаз и частоты сигналов. Красноярск, 1980. С. 14–20.
41. **Патюков В.Г.** Теоретические основы усредняющих устройств. Красноярск. Изд-во КГТУ, 2000. 204 с.
42. **Патюков В.Г.** Статистические характеристики частотно-временных параметров случайных процессов// Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий/ Материалы международной научно-технической конференции и Российской научной школы. – М.: НИИ «Автоэлектроника», 2000. С. 75–81.
43. **Патюков В.Г.** Математическое моделирование погрешностей квантования при частотно-временных измерениях// Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий/ Материалы международной научно-технической конференции и Российской научной школы. – М.: НИИ «Автоэлектроника», 2000. С. 82–86.
44. **Патюков В.Г.** Исследование погрешностей усредняющих устройств на основе обобщенного корреляционного анализа // Системные проблемы качества, математического моделирования и информационных технологий/ Материалы международной научно-технической конференции и Российской научной школы. – М.: НИИ «Автоэлектроника», 2000. С. 87–90.
45. **Патюков В.Г.** Web: <http://www.kgtu.runnet.ru/do/rtf/pvg/index.html>.

Отпечатано на ротапринте КГТУ

660074, Красноярск, ул. Киренского, 26. Тираж 100 экз. Заказ 263.